1. Uma empresa dispõe de 5×10^5 *u.m.* para gastar na campanha publicitária de lançamento dum novo produto. Pretende usar na campanha cartazes e *spots* televisivos sobre os quais tem a seguinte informação:

	Custos (*u.m.*)	Impacto (n.º de pessoas)
Spots (20 seg.)	4×10^3	8×10^4
Cartazes	*20*	*1 500*

A empresa pretende (por ordem decrescente de importância):

- não exceder o orçamento;
- editar pelo menos *20 mil* cartazes;
- atingir, com os spots televisivos, pelo menos *1 milhão e 500 mil* potenciais clientes.

a) Proponha uma campanha publicitária.

b) Nas condições pretendidas qual é o número máximo de potenciais compradores que é possível atingir com cada veículo publicitário?

2. Certa empresa comercializa dois tipos de produtos alimentares (**P1** e **P2**) os quais geram margens líquidas unitárias de *5* e *3 u.m.*, respectivamente.

Diariamente, a empresa dispõe de *100 unidades* de **P1** e de *180 unidades* de **P2**, no máximo.

Na loja da empresa é possível arrumar um máximo de *200 unidades* de **P2**, ou o seu equivalente (não sendo possível arrumar os dois produtos em qualquer outro local). Cada unidade de **P1** ocupa metade do espaço ocupado por uma unidade de **P2**.

Sabendo que a empresa pretende, em primeiro lugar, obter pelo menos uma margem de *1500 u.m.* e que quer, em segundo lugar, utilizar da melhor forma o espaço disponível, formalize o problema e apresente a sua solução óptima.

3. Numa empresa está a considerar-se a possível produção de dois novos produtos. Para tal, foram estabelecidos os três objectivos seguintes:

- obter um lucro mínimo de *144 u.m.*;
- manter os actuais *40* empregados;
- não investir mais de *55 u.m.*.

Admitindo-se que talvez não seja possível atingir em simultâneo os três objectivos definidos, foram estabelecidas as seguintes penalidades:

- *5*, por cada *u.m.* que o lucro obtido ficar aquém do estabelecido como mínimo;
- *2*, por cada empregado que seja preciso a mais;
- *4*, por cada empregado que seja preciso a menos;
- *3*, por cada *u.m.* que for investida a mais que o montante fixado.

A contribuição de cada novo produto para o lucro, número de empregados e capital investido é proporcional ao nível de produção desse produto. As contribuições unitárias são as do quadro seguinte:

	Contribuições Unitárias do Produto	
	P1	**P2**
Lucro	*12*	*9*
N.º de Empregados	*5*	*4*
Capital Investido	*5*	*10*

a) Resolva o problema sem considerar prioridades para as metas.

b) Resolva o problema, mantendo as penalidades, e considerando que foram estabelecidas as seguintes prioridades para as metas:
1ª: não aumentar o número de empregados nem exceder o montante disponível para o investimento;
2ª: não diminuir o número de empregados nem ficar aquém do lucro mínimo fixado.

c) Resolva de novo as alíneas a) e b) do problema, considerando que o lucro mínimo é igual a *72 u.m.* (em vez de *144*).

4. Resolva os seguintes problemas de programação por metas hierárquicas:

a) $Min\ Z = M_1\, d_1^+ + M_2\, d_2^- + M_3\left(d_3^- + d_3^+\right)$

s.a:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + d_1^- - d_1^+ = 20 \\ 4x_1 - x_2 + d_2^- - d_2^+ = 40 \\ 2x_1 + x_2 + d_3^- - d_3^+ = 40 \\ x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \geq 0 \end{cases}$$

b) $MinZ = M_1\, d_1^- + M_2\, d_2^- + M_3\, d_3^-$

s.a:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + d_1^- - d_1^+ = 0 \\ 3x_1 + 5x_2 + d_2^- - d_2^+ = 15 \\ x_1 + d_3^- - d_3^+ = 4 \\ x_1, x_2, d_i^-, d_i^+ \geq 0 \quad (i = 1,2,3 \end{cases}$$

5. Considere o seguinte problema de optimização:

$$MinZ = M_1\, d_1^+ + M_2\, d_2^- + M_3\left(d_3^- + d_3^+\right)$$

s.a:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 10 \\ -2x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 5 \\ x_1 - x_2 + d_3^- - d_3^+ = 0 \\ x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \geq 0 \end{cases}$$

a) Resolva-o graficamente e recorrendo ao *Solver*.

b) Mostre que a solução não é independente da ordem de prioridades estabelecida.

6. Determine a solução óptima do seguinte problema de programação por metas:

$$Min\ Z = M_1\, d_1^- + M_2\, d_2^- + M_3\, d_3^+$$

s.a:

$$\begin{cases} 60x_1 + 90x_2 + d_1^- = 5400 \\ x_2 + d_2^- - d_2^+ = 30 \\ x_1 + d_3^- - d_3^+ = 40 \\ x_2 \leq x_1 \leq 60 \\ x_1, x_2, d_1^-, d_2^-, d_2^+, d_3^-, d_3^+ \geq 0 \end{cases}$$